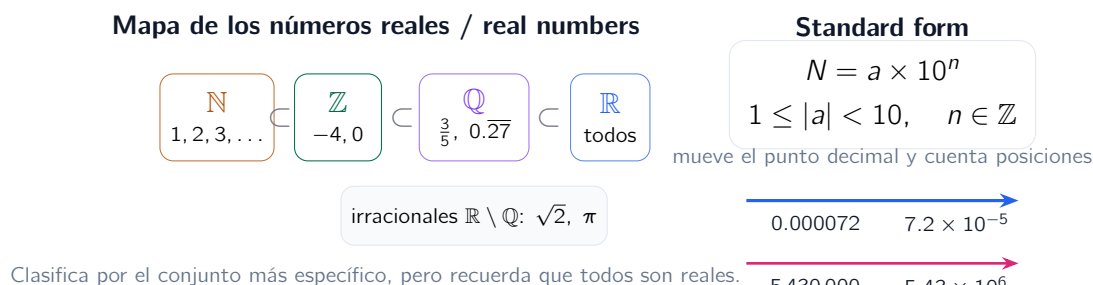


Review of real numbers and standard form

Repaso guiado de números reales y notación científica para MYP 5



Mira el visual antes de seguir. Hay dos ideas conectadas: **qué tipo de número tienes** y **cómo conviene escribirlo**. Un mismo número real puede aparecer como fracción, decimal, radical o en **notación científica (standard form)**. El objetivo de este repaso es elegir la representación más útil sin perder significado ni precisión.

VOCABULARIO IB CLAVE

- **número real (real number)**: cualquier número que puede ubicarse en la recta numérica.
- **racional (rational)**: puede escribirse como $\frac{p}{q}$ con $p, q \in \mathbb{Z}$ y $q \neq 0$.
- **irracional (irrational)**: real que no puede escribirse como una fracción de enteros; su decimal es infinito no periódico.
- **valor exacto (exact value)**: conserva toda la información, por ejemplo $\sqrt{5}$ o $\frac{7}{3}$.
- **valor aproximado (approximate value)**: usa redondeo, por ejemplo $\sqrt{5} \approx 2.24$.
- **notación científica (standard form)**: $a \times 10^n$, donde $1 \leq |a| < 10$ y n es entero.

📖 Command terms que vas a encontrar

En este recurso, **determine** significa determinar usando la información disponible; **show that** exige una cadena matemática válida; **justify** pide una razón suficiente; y **interpret** pide explicar qué significa el resultado en su contexto. Una respuesta numérica sola no siempre basta.

💡 CONCEPTOS BÁSICOS

1. La familia de los números reales

Los conjuntos numéricos están anidados. Para clasificar, conviene buscar el **conjunto más específico** al que pertenece el número.

- $\mathbb{N}$: naturales, usados para contar, como 1, 2, 3, ...
- $\mathbb{Z}$: enteros, que incluyen negativos, cero y positivos.
- $\mathbb{Q}$: racionales, como $-\frac{7}{4}$, 0.125 o $0.\overline{3}$.
- $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$: irracionales, como $\sqrt{2}$ y π .
- $\mathbb{R}$: todos los anteriores juntos.

Microejemplo. -6 es entero, racional y real, pero su clasificación más específica es **entero**. En cambio, $\sqrt{49} = 7$, de modo que después de simplificar es natural.

Tu turno. Simplifica primero y clasifica por el conjunto más específico: $\sqrt{81} = \boxed{}$, por tanto pertenece a $\boxed{}$.

2. ¿Cómo reconocer un racional desde su decimal?

Un decimal **terminante** o **periódico** representa un racional. Un decimal infinito sin patrón periódico representa un irracional.

Forma	Ejemplo	Tipo
terminante	$0.375 = \frac{3}{8}$	racional
periódico	$0.\overline{27} = \frac{3}{11}$	racional
infinito no periódico	$1.41421356 \dots$ (como $\sqrt{2}$)	irracional

Miniinteracción. Marca mentalmente cuál puede escribirse exactamente como fracción: $0.121212 \dots$ o $0.12010010001 \dots$. El primero es $\boxed{}$ porque el bloque 12 se repite.

3. Exacto no significa lo mismo que aproximado

La igualdad $=$ indica que dos expresiones representan **exactamente** el mismo número. El símbolo $\approx$ indica aproximación.

$$\frac{1}{3} = 0.\overline{3}, \quad \sqrt{7} \approx 2.646.$$

Si un resultado exacto es útil, mantenlo exacto hasta el final. Redondear demasiado pronto puede alterar una respuesta posterior.

Completa. Si $x = \sqrt{10}$, entonces $x \boxed{} 3.16$. ¿Qué símbolo debe ir en el espacio? $\boxed{}$

4. Standard form: una regla de tamaño y una potencia de 10

En **standard form**, un número no nulo se escribe

$$N = a \times 10^n, \quad 1 \leq |a| < 10, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

El número a contiene las cifras significativas; la potencia 10^n registra la escala.

Para convertir un número grande, mueve el punto decimal hacia la **izquierda**; el exponente será positivo. Para un número pequeño entre 0 y 1, mueve el punto hacia la **derecha**; el exponente será negativo.

$$8\,250\,000 = 8.25 \times 10^6, \quad 0.000391 = 3.91 \times 10^{-4}.$$

Piensa antes de calcular. En 4.7×10^{-8} , ¿el número original es mayor o menor que 1? $\boxed{}$

5. Multiplicar y dividir en standard form

Se opera por separado con los coeficientes y con las potencias de 10:

$$(a \times 10^m)(b \times 10^n) = (ab) \times 10^{m+n},$$

$$\frac{a \times 10^m}{b \times 10^n} = \frac{a}{b} \times 10^{m-n}.$$

Después se **normaliza** para que el coeficiente quede entre 1 y 10 en valor absoluto.

Microejemplo.

$$(6 \times 10^4)(3 \times 10^{-2}) = 18 \times 10^2 = 1.8 \times 10^3.$$

La primera expresión obtenida era correcta, pero todavía no estaba en standard form.

6. Sumar y restar: primero iguala los exponentes

No se pueden sumar directamente coeficientes cuando las potencias de 10 son distintas.

$$3.2 \times 10^5 + 4.7 \times 10^4 = 3.2 \times 10^5 + 0.47 \times 10^5 = 3.67 \times 10^5.$$

Completa la equivalencia. $8.4 \times 10^3 = \boxed{} \times 10^4$.

7. Orden de magnitud y estimación

La potencia de 10 permite comparar escalas rápidamente. Por ejemplo, 2.1×10^7 es aproximadamente diez veces mayor que un número del orden de 10^6 . Esta lectura es útil para **estimate** y para detectar errores de calculadora.

Predice. Sin multiplicar exactamente, $(4 \times 10^6)(2 \times 10^{-3})$ debe estar alrededor de $10^{\boxed{}}$.

✂ APLICACIONES Y CASOS DE USO

La standard form no es una forma elegante de escribir por escribir: evita largas cadenas de ceros y hace visibles las escalas. En MYP 5 aparece de manera natural al comunicar datos reales.

- **Ciencia:** longitudes microscópicas, masas pequeñas, concentraciones y cantidades de partículas.
- **Astronomía y geociencias:** distancias muy grandes y comparación de órdenes de magnitud.
- **Tecnología:** tamaños de archivos, frecuencia, capacidad y tasas de transferencia.
- **Economía y sostenibilidad:** presupuestos, poblaciones, consumos y emisiones expresados en escalas comparables.

En cada contexto hay una segunda habilidad importante: **interpretar**. Si el cálculo produce 3.6×10^8 bytes, la solución no termina ahí; debemos indicar qué cantidad representa y si su tamaño es razonable.

Technology / GDC como comprobación

Para este tema, el trabajo manual es esencial. Una calculadora gráfica (Graphic Display Calculator, GDC) puede usarse después para verificar operaciones con exponentes o comparar un resultado decimal con su standard form.

Procedimiento conceptual: introduce el número usando la tecla de exponente científico de tu calculadora, ejecuta el cálculo, registra el resultado y comprueba que el coeficiente final cumpla $1 \leq |a| < 10$.

⚠ ADVERTENCIAS Y ERRORES FRECUENTES

- **Coeficiente fuera del intervalo.** Escribir 42.6×10^5 . *Cómo detectarlo:* $42.6 \geq 10$. *Cómo evitarlo:* normaliza: 4.26×10^6 .
- **Exponente con signo incorrecto.** En 0.00052, mover el punto cuatro lugares da 5.2; como el número original es pequeño, el exponente debe ser -4 .
- **Sumar exponentes al sumar números.** La regla $10^m 10^n = 10^{m+n}$ sirve para productos, no para sumas. Primero iguala potencias de 10.
- **Clasificar sin simplificar.** $\sqrt{36}$ parece un radical, pero vale exactamente 6. Simplifica antes de decidir si es irracional.
- **Usar = cuando hubo redondeo.** Si calculas $\sqrt{3}$ a tres cifras significativas, escribe $\sqrt{3} \approx 1.73$, no $\sqrt{3} = 1.73$.
- **Redondeo prematuro.** Conserva cifras extra durante los pasos y redondea al final salvo que el problema indique otra cosa.

Consejos del Profe Teo

Una comprobación muy rápida para standard form es mirar solo la escala. Si transformas 0.0000081 y terminas con un exponente positivo, algo no cuadra: un exponente positivo de ese tamaño describiría un número grande, no uno muy pequeño.

EJEMPLO RESUELTO PASO A PASO

Problema. Un sensor registra una longitud de 0.000084 m y otra de 3.5×10^{-3} m.

- (a) **Determine** la primera longitud en standard form.
- (b) **Calculate** el producto de ambas longitudes y da la respuesta en standard form.
- (c) **Hence**, expresa el producto como decimal.
- (d) **Justify** si el resultado del apartado (b) es racional o irracional.

Paso 1. Comprende / Understand. Tenemos dos números reales positivos. Debemos cambiar representación, operar y después clasificar. El término *justify* exige explicar la clasificación, no solo nombrarla.

Paso 2. Identifica el command term. *Determine* pide obtener una forma válida; *calculate* pide efectuar el cálculo; *hence* indica usar el resultado anterior; *justify* pide una razón matemática.

Paso 3. Plantea / Set up. Para 0.000084, movemos el punto decimal hasta obtener un coeficiente entre 1 y 10:

$$0.000084 = 8.4 \times 10^{-5}.$$

El exponente es negativo porque el número original es menor que 1.

Paso 4. Resuelve / Solve. Multiplicamos coeficientes y potencias:

$$(8.4 \times 10^{-5})(3.5 \times 10^{-3}) = (8.4 \cdot 3.5) \times 10^{-8} = 29.4 \times 10^{-8}.$$

Normalizamos:

$$29.4 \times 10^{-8} = 2.94 \times 10^{-7}.$$

Por tanto, el producto en standard form es 2.94×10^{-7} m².

Paso 5. Comprueba / Check. Estimación: 8×10^{-5} por 4×10^{-3} es del orden de $32 \times 10^{-8} \approx 3 \times 10^{-7}$. Coincide con la escala de 2.94×10^{-7} , así que el exponente es razonable.

Paso 6. Interpreta / Interpret. Usando el resultado anterior,

$$2.94 \times 10^{-7} = 0.000000294.$$

Además, $2.94 \times 10^{-7} = \frac{294}{100} \cdot \frac{1}{10^7}$, que puede escribirse como fracción de enteros. Por ello es **racional**.

✓ **Resultado:** $0.000084 = 8.4 \times 10^{-5}$, $(8.4 \times 10^{-5})(3.5 \times 10^{-3}) = 2.94 \times 10^{-7}$

Lo que conviene imitar

Observa el orden: primero convertimos, luego operamos, después normalizamos y finalmente comprobamos la escala. En una respuesta IB-style, esa organización hace visible tu razonamiento y reduce errores de exponente.

Taller Guiado I

 Práctica matemática: 10 problemas, nivel a nivel

Resuelve cada problema siguiendo las pistas. Los apoyos disminuyen gradualmente a medida que avanzas.

Problema 1: reconoce y clasifica

NIVEL 1/10

State: reconocimiento directo de conjuntos numéricos.

State el conjunto más específico para cada número: -8 , $\frac{11}{4}$, $\sqrt{2}$ y $\sqrt{121}$.

Paso 1. Simplifica lo que sea necesario: $\sqrt{121} =$.

Paso 2. Clasifica: $-8 \in$, $\frac{11}{4} \in$, $\sqrt{2} \in$, $\sqrt{121} \in$.

Comprueba. ¿Alguno de los radicales se simplificó a un entero?

Problema 2: decimal y fracción

NIVEL 2/10

Find: conecta representación decimal y racionalidad.

El decimal 0.625 es terminante.

Paso 1. Escríbelo como fracción sobre 1000: $0.625 = \frac{\text{}}{1000}$.

Paso 2. Simplifica la fracción: $0.625 =$.

Conclusión. Por tanto, 0.625 es (rational / irrational).

Problema 3: entra en standard form

NIVEL 3/10

Calculate: conversión en ambos sentidos.

Convierte 7 930 000 y 0.0000462 a standard form.

Paso 1. $7\,930\,000 = 7.93 \times 10^{\text{}}$.

Paso 2. $0.0000462 = 4.62 \times 10^{\text{}}$.

Explica. ¿Por qué los exponentes tienen signos diferentes?

Problema 4: una condición imprescindible

NIVEL 4/10

Determine: normaliza correctamente.

Una estudiante escribe 0.73×10^8 como respuesta final.

Paso 1. ¿Cumple $1 \leq |a| < 10$?

Paso 2. Reescribe el coeficiente: $0.73 = 7.3 \times 10^{\text{}}$.

Respuesta. $0.73 \times 10^8 =$.

Problema 5: cambia de representación

NIVEL 5/10

Write down: exacto, aproximado y standard form.

Sea $x = \sqrt{50}$.

Paso 1. Da un valor exacto simplificado: $\sqrt{50} =$.

Paso 2. Usa calculadora para obtener x a 3 cifras significativas: $x \approx$.

Paso 3. Escribe ese valor aproximado en standard form: .

Comunica. ¿Qué símbolo debe aparecer antes del decimal redondeado, $=$ o $\approx$? .

Problema 6: reconstruye el dato faltante

NIVEL 6/10

Análisis inverso con exponentes.

Se sabe que $(2.4 \times 10^p)(5 \times 10^{-3}) = 1.2 \times 10^5$.

Paso 1. Antes de normalizar, $2.4 \cdot 5 = 12$, por tanto el producto es $12 \times 10^{p-3}$.

Paso 2. Normaliza: $12 \times 10^{p-3} = 1.2 \times 10^{p-}$.

Paso 3. Compara exponentes con 1.2×10^5 y encuentra $p =$.

Problema 7: elige la estrategia

NIVEL 7/10

Determine: suma en standard form.

Calcula $(6.8 \times 10^6) + (3.4 \times 10^5)$ y da la respuesta en standard form.

Estrategia. Decide qué exponente común usarás: 10^6 o 10^5 . Escribe tu elección y por qué.

Desarrollo. Reescribe uno de los sumandos con la misma potencia de 10 y calcula.

Respuesta. .

Problema 8: multietapa

NIVEL 8/10

Calculate y verify: producto, cociente y escala.

Sea $A = 3.6 \times 10^{-4}$ y $B = 1.2 \times 10^7$.

Paso 1. Calcula AB en standard form.

Paso 2. Calcula $\frac{B}{A}$ en standard form.

Verify. Usa una estimación de orden de magnitud para justificar que cada exponente es razonable.

Problema 9: investiga un patrón

NIVEL 9/10

Criterion B: Observe → Organize → Conjecture → Verify.

Completa la tabla y busca una regla.

n	3.2×10^n como decimal	posición del punto respecto de 3.2
2	320	2 a la derecha
1		
0		
-1		
-2		

Conjecture. Describe con tus palabras qué hace el exponente n al punto decimal.

Verify. Prueba tu regla con 3.2×10^{-4} .

Problema 10: reto estilo IB

NIVEL 10/10

Alta autonomía: *show that, hence y justify.*

Sea

$$M = \frac{(4.8 \times 10^7)(2.5 \times 10^{-3})}{6 \times 10^2}.$$

(a) Show that $M = 2 \times 10^2$. **(b) Hence,** escribe M como número ordinario. **(c) Justify** que M pertenece a $\mathbb{Q}$.

Pista mínima. Agrupa coeficientes y potencias por separado. No uses el resultado objetivo como punto de partida.

Cambio de nivel

Desde el problema 7 ya no basta con seguir una receta. Antes de escribir operaciones, decide qué representación hace el cálculo más simple y pregúntate qué orden de magnitud esperas obtener.

Taller Guiado II

🌐 Aplicaciones reales: 10 problemas, de lo concreto al modelo

En cada situación: identifica los datos, construye el modelo, resuelve e interpreta el resultado en su contexto.

Problema 1: una fibra muy fina

NIVEL 1/10

Contexto directo: longitud microscópica.

Una fibra de laboratorio tiene un diámetro de 0.0000064 m.

Datos. La medida dada es m.

Modelo. Muévela a la forma $a \times 10^n$ con $1 \leq a < 10$.

Resuelve. $0.0000064 =$ m.

Interpreta. Explica qué te dice el signo del exponente sobre el tamaño de la fibra respecto de 1 m.

Problema 2: almacenamiento digital

NIVEL 2/10

Identificar datos y comparar escalas.

Un archivo A ocupa 4.8×10^7 bytes y un archivo B ocupa 6.0×10^6 bytes.

Datos. ¿Cuál tiene mayor exponente?

Modelo. Calcula la razón $\frac{A}{B}$.

Resuelve. $\frac{4.8 \times 10^7}{6.0 \times 10^6} =$.

Interpreta. Completa: A ocupa aproximadamente veces el espacio de B.

Problema 3: cultivo bacteriano

NIVEL 3/10

Construir un modelo multiplicativo.

Una muestra contiene 3.2×10^5 bacterias por mililitro. Se analizan 2.5×10^2 mL.

Datos. Concentración = 3.2×10^5 bacterias/mL; volumen = 2.5×10^2 mL.

Modelo. Número total = concentración $\times$ volumen. Escribe la expresión: .

Resuelve. Da el total en standard form: bacterias.

Interpreta. ¿Por qué las unidades mL se cancelan en el modelo?

Problema 4: presupuesto de una campaña

NIVEL 4/10

Interpretar el coeficiente y el exponente.

Un proyecto tiene un presupuesto de 7.25×10^6 soles y lo reparte por igual entre 5×10^2 acciones locales.

Modelo. Costo medio por acción = $\frac{7.25 \times 10^6}{5 \times 10^2}$.

Resuelve. Obtén el costo medio en standard form: soles.

Interpreta. Escribe el mismo resultado en notación ordinaria y explica qué representa el coeficiente 1.45.

Problema 5: datos de un sensor

NIVEL 5/10

Lectura de tabla y cambio de representación.

Un sensor registra cuatro intensidades:

Lectura	Intensidad (W/m^2)
A	2.8×10^{-5}
B	7.1×10^{-6}
C	3.0×10^{-4}
D	9.5×10^{-5}

Compare. Ordena las lecturas de menor a mayor.

Explain. Describe cómo usaste los exponentes antes de comparar coeficientes.

Representa. Escribe la lectura B como decimal: .

Problema 6: paneles solares

NIVEL 6/10

Varias etapas: producción total y conversión de escala.

Un conjunto de 2.4×10^3 paneles produce en promedio 3.5×10^2 Wh por panel durante cierto intervalo.

Plan. Primero calcula la energía total; después expresa el resultado en standard form.

Modelo. $E = (2.4 \times 10^3)(3.5 \times 10^2)$ Wh.

Resuelve. $E =$ Wh.

Interpreta. Expresa el total como número ordinario y comenta si el orden de magnitud es coherente con miles de paneles que producen cientos de Wh cada uno.

Problema 7: precisión de fabricación

NIVEL 7/10

Elegir estrategia y trabajar con diferencia.

Dos piezas deben medir 1.2500×10^{-2} m. Las mediciones obtenidas son 1.2492×10^{-2} m y 1.2515×10^{-2} m.

Decide. Para hallar el error absoluto de cada pieza, ¿conviene mantener el factor 10^{-2} común o convertir primero a decimal? Justifica tu elección.

Resuelve. Calcula ambos errores absolutos en standard form.

Interpreta. Determina qué pieza está más cerca de la medida objetivo.

Problema 8: transmisión de datos

NIVEL 8/10

Technology como verificación, no como sustituto.

Un sistema transmite 6.4×10^8 bits por minuto durante 3.75×10^2 minutos.

Modelo. Datos totales = $(6.4 \times 10^8)(3.75 \times 10^2)$ bits.

Resuelve a mano. Obtén el resultado en standard form.

Technology / GDC. Introduce el mismo producto usando notación científica y registra el output:

Verify. Explica cómo confirmas que ambos resultados representan el mismo número.

Problema 9: dos escenarios de consumo

NIVEL 9/10

Razonabilidad, comparación y limitaciones.

Dos modelos estiman el consumo anual de una instalación: Modelo A, 1.84×10^9 J; Modelo B, 1.76×10^9 J. Una medición de referencia es 1.80×10^9 J.

Compara. Calcula la diferencia absoluta entre cada modelo y la referencia.

Justify. ¿Cuál modelo se acerca más a la referencia? Da una razón numérica.

Evaluate. Explica por qué una sola medición de referencia no basta necesariamente para concluir que un modelo es siempre mejor.

Problema 10: caso integrador de investigación

NIVEL 10/10

Alta integración original estilo MYP / eAssessment.

Un equipo estudia tres partículas con masas medidas en gramos:

$$A = 4.80 \times 10^{-6}, \quad B = 0.00000395, \quad C = 5.1 \times 10^{-6}.$$

El equipo combina 2.5×10^4 partículas A y 4.0×10^4 partículas B en una muestra.

Representa. Convierte B a standard form y ordena A, B y C por masa individual.

Modelo. Escribe una expresión para la masa total de la muestra usando standard form.

Resuelve. Calcula la masa total en gramos y da el resultado en standard form.

Valida. Haz una estimación independiente del orden de magnitud y comprueba que tu respuesta sea razonable.

Interpreta / Evaluate. El equipo afirma: "Como todas las masas están escritas con potencias de 10, todas son irracionales". Evalúa la afirmación y justifica tu respuesta.

✓ ANTES DE CONTINUAR

Comprueba que, después de trabajar el recurso, ya puedes:

- clasificar números reales después de simplificarlos y reconocer racionales e irracionales;
- distinguir un valor exacto de uno aproximado y usar correctamente $=$ y $\approx$;
- convertir números a y desde standard form y operar con potencias de 10;
- estimar órdenes de magnitud para detectar resultados poco razonables;
- explicar y justificar resultados en problemas matemáticos y contextuales de estilo MYP.

Mensaje de cierre del Profe Teo

Cuando un número parece complicado por tener muchos ceros, no intentes memorizarlo visualmente. Separa dos preguntas: **¿qué número es?** y **¿en qué escala está?** Esa costumbre te prepara para álgebra, ciencias, funciones y modelización con datos.